

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015



QUESTIONS SOULEVÉES PAR LA MISE EN PLACE D'ÉVALUATIONS FORMATIVES DANS UNE CLASSE ORDINAIRE

Sylvie COPPE*

Résumé – A travers l'analyse d'un extrait de séquence de classe portant sur le produit de plusieurs nombres relatifs, nous nous proposons d'initier un questionnement sur les processus d'évaluation formative qui peuvent être mis en place dans les classes ordinaires. Nous tenterons donc de déterminer quelle peut être la place, la fonction, la nature de l'évaluation formative dans les pratiques de classe, à quelle nécessité elle peut correspondre dans le cours de l'étude. Enfin, nous tenterons de voir comment l'analyse de cette phase en termes d'évaluation formative nous permet de requestionner les cadres théoriques de la didactique des mathématiques, notamment les notions de milieu et contrat et l'analyse en termes de moments didactiques.

Mots-clefs : évaluation formative, régulation, didactique des mathématiques, algèbre, institutionnalisation

Abstract – Across the analysis of an extract of a sequence of class concerning the multiplication of several relating numbers, we offer to introduce a question setting on the processes of formative assessment which can be set up in the ordinary classes. We aim to determine what could be the place, the fonction and the role of formative assessment in the ordinary practices, to which necessity it could correspond in the lesson of study. Finally, we shall try to see how the analysis of this stage in terms of formative assessment allows us to re-question the theoretical frameworks of the didactics of mathematics, notably the notions of « milieu » and didactic contract and the analysis in terms of « moments didactiques ».

Keywords: formative assessment, regulation, didactique of matematics, algebra, institutionnalisation

Lors du colloque EMF 2012, dans le cadre du groupe de travail sur les démarches d'investigation, nous avons présenté une étude de cas d'une enseignante avec laquelle nous travaillons dans le cadre d'un groupe de recherche collaborative intitulé SESAMES (Situations d'Enseignement Scientifique : Activités de Modélisation, d'Evaluation, de Simulation) qui a pour but la production collaborative (par des enseignants et des chercheurs) de ressources pour les enseignants et les formateurs des disciplines concernées favorisant la mise en activité des élèves et leur prise de responsabilité vis-à-vis des savoirs enseignés, notamment par la mise en place de démarches d'investigation (Coppé 2013). Pour nous, en mathématiques, le thème est l'algèbre au collège, les documents sont disponibles sur le site <http://pegame.ens-lyon.fr/>.

Dans cette étude de cas (Coppé 2012), nous nous interrogeons sur les conditions de mise en œuvre de démarches d'investigation (ou de résolution de problèmes) dans le cadre des pratiques ordinaires et notamment sur les liens entre démarche d'investigation et apprentissage sous l'angle de la gestion du temps didactique. Pour cela, nous avons analysé

* Université de Genève FPSE – SUISSE - sylvie.coppe@unige.ch

la mise en œuvre de l'activité bien connue des Carreaux colorés (Combiér et al., 1996), précédée de petits problèmes portant sur les programmes de calcul pour montrer comment pouvaient se gérer les alternances entre des phases de dévolution et d'institutionnalisation sur plusieurs séances. Nous avons donc illustré comment cette activité, proposée de façon non plus isolée mais insérée dans une séquence, pouvait être gérée d'une part, en laissant aux élèves la responsabilité de la recherche d'expressions littérales mais d'autre part, de façon plus cadrée lors de la mise en commun pour favoriser l'institutionnalisation notamment de la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition comme élément de justification des transformations d'écritures algébriques. Rappelons qu'une autre étude sur cette même activité (Coulange & Grugeon 2008) avait montré comment la gestion de cette situation par deux enseignantes n'avait permis ni la dévolution ni la mise en avant de la distributivité. Nous avons interprété cette différence (Pilet & al. 2015) en fonction, d'une part, de la connaissance fine ou non des enjeux cognitifs de cette situation (notamment le rôle et la place de la distributivité) et d'autre part de l'inscription dans une progression de types de tâches.

Dans cette communication, nous poursuivons cette étude de cas en nous centrant cette fois-ci sur les processus d'évaluation formative qui peuvent être mis en place dans les classes ordinaires. Nous tenterons donc de déterminer quelle peut être la place, la fonction, la nature de l'évaluation formative dans les pratiques de classe, à quelle nécessité elle peut correspondre dans le cours de l'étude. Une autre question est de montrer en quoi et comment les processus d'évaluation formative peuvent participer, favoriser l'avancement du savoir dans la classe et les apprentissages des élèves. Nous nous situons donc dans l'axe 2 « Rôle et responsabilité du professeur ».

Nous travaillons dans le cadre du projet de recherche européen ASSIST ME (Assess Inquiry in Science, Technology and Mathematics Education) qui a comme objectif d'analyser l'influence de nouveaux dispositifs d'évaluations formatives, en lien avec les évaluations sommatives dans le cadre de démarches d'investigation, sur les apprentissages et les pratiques enseignantes en sciences, mathématiques et technologie. Une autre partie du travail est de concevoir et de diffuser des méthodes d'évaluations formatives.

La méthodologie de recherche est basée sur l'utilisation de vidéos des séquences de classe (avec deux caméras, l'une orientée sur le tableau et donc le professeur et l'une sur la classe), d'enregistrements audio de groupes (ou binômes) d'élèves pendant les travaux de recherche. L'analyse est faite en utilisant notamment le logiciel TRANSANA. Les documents suivants sont collectés : des copies d'élèves sur les problèmes proposés, des questionnaires ante/post portant sur l'état des connaissances des élèves et sur les pratiques d'évaluation des professeurs, les fiches de préparation des enseignants expérimentateurs, les fiches de positionnement des élèves et les feedback écrits des professeurs.

Il est encore trop tôt pour nous pour donner des résultats sur les expérimentations qui sont en cours (trois séries d'expérimentations ont été réalisées dans l'année 2015) ; nous proposons ici d'initier le questionnement sur la prise en compte de l'évaluation formative dans les travaux de didactique des mathématiques.

Dans la première partie, nous reprendrons des définitions et caractérisations de l'évaluation formative en montrant notamment des évolutions de cette notion. Dans la deuxième, nous ferons un rapide tour d'horizon des travaux sur l'évaluation en didactique des mathématiques. Puis nous analyserons un extrait de séance de classe ordinaire qui constitue selon nous une évaluation formative intégrée afin de montrer sur quelles nouvelles questions cela débouche.

I. A PROPOS D'ÉVALUATION FORMATIVE

La notion d'évaluation formative a été introduite en 1967 par Scriven dans un contexte d'évaluation des programmes de formation puis reprise par Bloom, en 1968, en indiquant qu'elle permet à l'élève de remédier à ses erreurs et difficultés avant qu'il ne s'engage dans un processus cumulatif. Fondée sur un fonctionnement rétroactif, elle procure des informations dont le maître et l'élève ont besoin pour savoir si les objectifs visés sont atteints et rendent possible la progression vers des objectifs plus complexes. Dans cette conception, l'erreur de l'élève change de statut. A cette époque, les travaux se situent davantage dans une perspective de remédiation au cours d'une unité d'apprentissage planifiée. Les travaux de Hadji (1989) mettent fortement en avant cette idée de temporalité dans les différents types d'évaluation et leurs différentes fonctions au cours de la planification (avant/pendant/après). A cet égard, le schéma qu'il donnait pour illustrer son point de vue est assez éclairant. Nous le reproduisons ci-dessous (fig. 1) pour le comparer aux travaux suivants et montrer l'évolution de la notion d'évaluation formative.

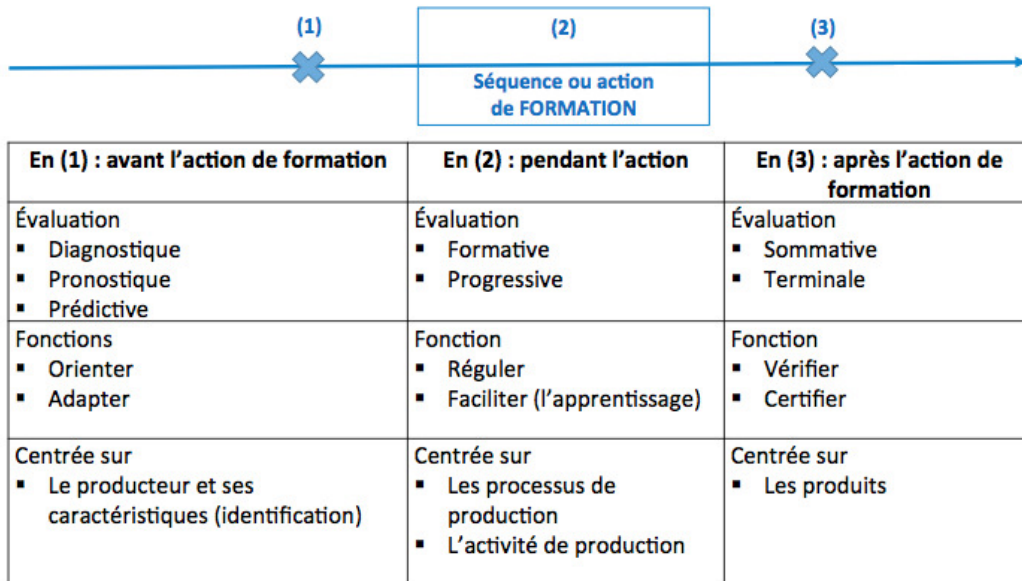


Figure 1 -Tableau de Hadji sur les différents types d'évaluation (1989, p.59)

A partir de 1988, les travaux de Allal initient une perspective élargie et introduisent la notion de « régulation interactive ». Allal indique que l'évaluation formative est une partie intégrante du processus d'apprentissage, qu'elle se vit à tout moment de ce processus et qu'elle confère un rôle actif à l'élève dans son engagement dans ses apprentissages. Allal et Mottier Lopez (2005) précisent alors qu'il s'agit d'utiliser divers moyens de recueil d'informations notamment informels (et non plus seulement des tests formatifs), qu'il y a une participation effective des élèves (par l'autoévaluation et/ou par les pairs), qu'on aboutit à une différenciation de l'enseignement et qu'enfin la régulation se fait à deux niveaux (celui des élèves évalués mais aussi celui des pratiques professionnelles pour les années suivantes et les nouveaux élèves). Mottier Lopez (2012) introduit l'idée d'une approche située de l'évaluation-régulation formative en lien avec la micro culture de classe. On voit donc que pour les travaux francophones la conception élargie de l'évaluation formative a débouché sur l'idée de la régulation des apprentissages dans une perspective continue.

Une évolution a également eu lieu dans les travaux anglo-saxons. Black et Wiliam (1998a, 1998b) considèrent qu'une évaluation est formative lorsque les informations recueillies par

l'enseignant sont effectivement utilisées pour répondre aux besoins de l'élève et pour réguler l'enseignement (on retrouve ainsi les deux enjeux). Ils précisent que l'évaluation formative, qui doit porter sur des savoirs et savoir-faire qui ont été enseignés ou qui sont en cours d'enseignement, peut se dérouler à tout moment d'une séance d'enseignement. Les informations recueillies doivent permettre de mettre en avant et de prendre en compte l'écart entre ce que les élèves savent et font et ce qu'ils devraient savoir et faire.

We use the general term assessment to refer to all those activities undertaken by teachers—and by their students in assessing themselves—that provide information to be used as feedback to modify teaching and learning activities. Such assessment becomes formative assessment when the evidence is actually used to adapt the teaching to meet student needs. (op. cité, 1998, p. 140)

Pour Shavelson et al. (2008) il y a un continuum entre des évaluations formelles et planifiées (voire des évaluations « prêtes à l'emploi » produites par des chercheurs : « Embedded-in-the-curriculum formative assessment »), celles moins formelles dans l'interaction et celles « on the fly » qui peuvent arriver de façon spontanée à l'initiative du professeur ou d'un élève.

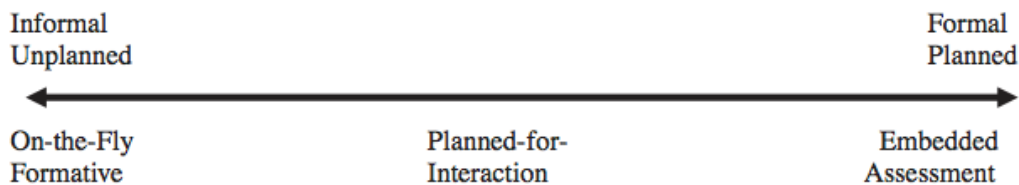


Figure 2 - Continuum des évaluations formatives selon Shavelson et al. (2008, p. 300)

Dans tous ces travaux, les notions de feedback et d'écart entre ce que les élèves savent et font et ce qu'ils devraient savoir et savoir faire sont centrales (voir des exemples d'étude de feedback dans Lepareur et Grangeat, à paraître).

En France actuellement, peu d'études portent sur les pratiques des enseignants en matière d'évaluation formative. Notre expérience en matière de formation initiale et continue nous amène à penser que ces pratiques sont assez peu développées mais cela reste à confirmer. Les évaluations sommatives restent prépondérantes même si depuis 2005, il y a une volonté institutionnelle de développer l'évaluation par compétences, ce qui suppose des évaluations régulières prenant en compte la progression des apprentissages dans la durée et la mise en place de situations d'évaluation pertinentes (ce qui nous ramène vers les démarches d'investigation ou la résolution de problèmes). Ainsi, a été introduit dans les programmes français, le socle commun de connaissances et de compétences. Pour la partie mathématique, il est indiqué dans l'introduction du programme du collège (élèves 11-15 ans) :

L'évaluation (qui ne se réduit pas au contrôle noté) n'est pas un à-côté des apprentissages. Elle doit y être intégrée et en être l'instrument de régulation, pour l'enseignant et pour l'élève. Elle permet d'établir un constat relatif aux acquis de l'élève, à ses difficultés. Dans cette optique, le travail sur les erreurs constitue souvent un moyen efficace de l'action pédagogique. L'évaluation ne doit pas se limiter à indiquer où en est l'élève ; elle doit aussi rendre compte de l'évolution de ses connaissances, en particulier de ses progrès. (BO spécial n°6 du 28 août 2008)

On constate donc qu'en France, il existe des injonctions institutionnelles fortes pour changer les pratiques d'évaluation, pour passer d'une mission sociale qui vise au classement ou à la sélection des élèves à une mission de régulation, de soutien au développement des apprentissages. Ceci posé, on est alors amené à chercher comment outiller les enseignants à la fois d'un point de vue théorique mais aussi pratique, par l'introduction de nouvelles méthodes d'évaluation formatives, comment améliorer les feedback, envisager de nouvelles tâches, différencier au besoin.

II. LES TRAVAUX DE DIDACTIQUE SUR L'ÉVALUATION

Comme Bodin (1997) l'avait déjà été souligné, peu de travaux de didactique des mathématiques portent sur l'évaluation (sauf quelques-uns sur les évaluations internationales comme Bodin 2008). Chevallard (1986, 1989) en se plaçant dans une perspective anthropologique, avec les personnes vues comme sujet d'institution(s), en utilisant les notions de rapports institutionnels/personnels, par la distinction entre véridiction et objectivation montre le rôle prépondérant du contrat didactique dans les processus d'évaluation. Ses textes portent essentiellement sur les évaluations sommatives (notées). Plus tard, Chevallard (1998, 1999) définit le moment de l'évaluation comme un des six moments didactiques qui composent l'organisation didactique.

Le sixième moment est celui de l'évaluation, qui s'articule au moment de l'institutionnalisation (dont il est à certains égards un sous-moment) : la supposition de rapports institutionnels transcendants aux personnes, en effet, fonde en raison le projet d'évaluer les rapports *personnels* en les référant à la *norme* que le moment de l'institutionnalisation aura ainsi hypostasiée. En pratique, il arrive un moment où l'on se doit de « faire le point » : car ce moment de réflexivité où, quels que soient le critère et le juge, on examine ce que *vaut* ce qui a été appris, ce moment de véridiction qui, malgré les souvenirs d'enfance, n'est nullement une invention de l'École, participe en fait de la « respiration » même de toute activité humaine. (Op. cité 1999, p. 22)

On trouve ici l'idée de comparaison entre les rapports personnels et institutionnels et le lien fort avec l'institutionnalisation. Nos travaux (Coppé 1993) qui portaient sur ce que font les élèves lors des devoirs surveillés nous ont amenée à définir les notions de travail privé et de trace publique pour expliquer les différences entre ce que les élèves font au brouillon et ce qu'ils donnent à voir au professeur. Nous avons également pointé le lien entre évaluation et institutionnalisation : ainsi certains élèves se rendaient compte de ce qu'il y avait à apprendre au moment de l'évaluation finale.

Dans la cadre de la théorie des situations didactiques (Brousseau 1986, 1998), Margolinas (1993) distingue ce qu'elle nomme les phases d'évaluation et les phases de validation dans les phases de conclusion des situations a-didactiques suivant les responsabilités données aux élèves. Brousseau (1995) introduit la notion de régulation et en cela, il souligne le renforcement du rôle du professeur notamment par les régulations qu'il opère et celui des interactions sur le savoir en jeu dans les différentes phases (action, formulation, validation, institutionnalisation). Enfin Perrin-Glorian et Hersant (2003) reprennent le questionnement sur les rôles de contrat et milieu mais dans le cadre des séquences ordinaires ce qui les amène à préciser différents contrats et à introduire la notion de « situation de rappel ».

Ainsi, on peut donc voir que l'aspect formatif de l'évaluation n'a pas été travaillé en tant que tel en didactique des mathématiques et ce n'est que très récemment que les recherches, notamment dans le cadre des projets ASSIST ME (Coppé & al., à paraître) et NéoPréval (Nouveaux Outils pour de nouvelles Pratiques d'éVALuation et d'enseignement en mathématiques (Grugeon & al. 2012, Pilet 2012), proposent des analyses et des outils. Cela nous conduit à questionner comment intégrer ce type d'évaluation, avec ses fonctions didactiques, dans les cadres théoriques de la didactique des mathématiques. C'est ce que nous tentons de faire ici à partir d'un exemple.

III. ETUDE DE CAS

1. Présentation de la séance

L'extrait que nous allons analyser se situe en classe¹ de 4^e (élèves de 13-14 ans), c'est la séance 14 de l'année, elle porte sur la multiplication des nombres relatifs et plus précisément sur le signe d'un produit de plusieurs nombres relatifs (en fonction du nombre de termes négatifs). À la séance 13, la professeure (que nous nommons Clara) a fait travailler les élèves sur une activité (fig 3) qui devait déboucher sur l'établissement de la règle même si le manuel ne la demande pas (on reste au niveau des exemples). On peut noter que cette professeure a consacré du temps à l'établissement de cette règle, ce qui n'est pas toujours le cas : en effet, quelquefois la règle est donnée pour deux nombres relatifs et il est de la responsabilité des élèves de la transposer à plusieurs nombres. De plus, il y a une réelle difficulté que Clara semble bien connaître puisque le signe est fonction du nombre (pair ou impair) de nombres négatifs (par exemple les élèves ont du mal à comprendre qu'un seul nombre négatif peut « emporter » le signe du résultat ou bien que les nombres positifs n'ont pas d'influence sur le signe du résultat).

4 Multiplication de plusieurs nombres relatifs Exercices 40 à 42 p. 16

a) Léa a effacé les distances à zéro ou les signes de quelques nombres et a oublié de les récrire. Trouver, si possible le signe du résultat de chaque calcul.

| | |
|---|---|
| $A = (-3) \times (-4) \times (+\quad)$ | $B = 5 \times (-\quad) \times (+7)$ |
| $C = (-2) \times (-\quad) \times (-7)$ | $D = (+6) \times (\quad - 5) \times (-3)$ |
| $E = (-\quad) \times (-\quad) \times (+\quad) \times (-\quad) \times (\quad)$ | |

b) Dans un produit il y a des facteurs (non nuls) positifs et des facteurs (non nuls) négatifs.
Peut-on prévoir, dans chacun des cas suivants, le signe du résultat ?

- (1) Il y a trois facteurs positifs et sept facteurs négatifs.
- (2) Il y a trois facteurs positifs et six facteurs négatifs.
- (3) Il y a onze facteurs négatifs et des facteurs positifs.
- (4) Il y a onze facteurs positifs et des facteurs négatifs.

c) Effectuer les calculs suivants :

| | |
|--|---|
| $A = (-3) \times (-4) \times (+5) \times (+2)$ | $B = (-10) \times (-2) \times (-4) \times (+6)$ |
| $C = 3 \times 2 \times (-4) \times 10$ | $D = -5 \times (-32) \times (-2) \times (-10)$ |

Figure 3 - texte de l'activité proposée Manuel Triangle 4^e (2007 p. 9)

À la séance 13, les élèves ont eu des difficultés à rentrer dans la tâche notamment parce que dans la question a) on propose des calculs aux élèves qu'ils ne doivent pas effectuer (d'ailleurs ils ne le peuvent pas puisqu'il manque des nombres), ils doivent seulement trouver le signe du résultat. On peut analyser les difficultés des élèves en termes de rupture de contrat didactique puisqu'en général si les élèves ont un calcul numérique, ils doivent l'effectuer et

¹ Il y a 25 élèves dans la classe

en donner le résultat. On constate que les élèves posent de nombreuses questions sur ce qu'il faut faire et s'attardent ainsi sur la question a) et que la professeure doit intervenir à de nombreuses reprises pour réexpliquer ce qu'il faut faire.

Au début de la séance 14, Clara fait rappeler la règle finalement établie et sa justification. Elle ne se contente pas de la réponse correcte du premier élève interrogé, elle va instaurer un dialogue avec les élèves pendant 10 minutes environ. Nous pensons que cette phase d'interaction avec les élèves sur ce qui a été vu (ou appris) à la séance précédente constitue une phase d'évaluation formative dans l'interaction (comme cité par Shavelson, 2008). En effet, tout d'abord la professeure cherche à avoir des informations sur ce que les élèves ont compris de l'activité sur la multiplication de plusieurs nombres relatifs ; de plus, c'est certainement une façon de prendre en compte le fait que les élèves ont eu des difficultés, donc cela constitue une régulation. Enfin, cette phase va déboucher sur l'institutionnalisation de la règle qui n'avait pas été faite à la suite de l'activité à la séance 13.

1. *Les cycles d'interaction*

Pour analyser les interactions lors de la mise en commun, nous repérons des cycles d'interaction ESRU (Elicit Student Response Use) développés par Furtak et al. (2005).

The teacher begins by eliciting a response from students that reveals the state of the students' understanding. Next, the teacher recognizes the response by reflecting it back to the student or asking another follow-up question. The third step involves taking some form of action to help the student move toward the essence of the activity or concept. The process can be thought of as a cycle to reflect the ongoing nature of informative questioning throughout inquiry activities. (Furtak & Ruiz Primo 2005, p. 1).

On peut donc résumer ainsi ces cycles : Poser une question aux élèves - Obtenir une réponse - Prendre en compte cette réponse, l'intégrer dans le discours - Avoir une action sur cette réponse - Utiliser la réponse de l'élève.

2. *Analyse de l'extrait choisi*

La transcription de cette phase est en Annexe 1 sous forme d'un tableau. La première colonne indique des tours de parole (quand la professeure s'adresse à toute la classe) ou des séries de tour de parole (quand elle est en interaction avec un élève qui est alors appelé *En, n* allant de 1 à 9). Quelques interactions ne sont pas décryptées car ce sont des rappels à l'ordre. Durant les 10 minutes environ que dure cette phase, nous pouvons repérer neuf cycles dont deux ne sont pas complets. Ainsi 9 élèves différents ont donc eu un feedback personnel de la professeure, même si la nature du feedback est différente.

Analysons maintenant trois exemples de cycles : un incomplet, un complet et un initié par un élève.

Nous considérons qu'il y a deux cycles incomplets : le 23, élève E2 et le 33, élève E6. Pour le 23, on constate que la professeure interroge une élève qui donne une réponse fautive « Y en a plus » qui indique qu'elle considère que le signe est lié au nombre le plus grand de facteurs positifs ou négatifs. Les interactions cessent quand (ou parce que ?) la professeure dit non. Elle a donc bien donné un retour à l'élève mais elle n'a pas eu d'action immédiate sur cette réponse. On peut penser que les échanges suivants avec E3 pourraient avoir cet effet mais rien ne garantit que E2 a bien reconnu dans ces échanges une correction de sa réponse. Pour E6 c'est un peu différent car la professeure et l'élève ne sont pas d'accord sur la compréhension de celui-ci. E6 a-t-il eu une réponse adéquate ? Là encore, la question n'est pas tranchée.

Les cycles 21, 22, 24, 35 et 36 sont complets. Clara interroge un élève qui répond, elle prend en compte la réponse en demandant des précisions et elle utilise ces réponses pour commencer l'institutionnalisation. Elle donne son accord et/ou elle reformule. Les retours peuvent être à un niveau contextualisé (réponse sur un exemple comme en 24, E4 ou en 36, E8) ou à un niveau plus général (la règle comme en 22, E2). On se rend compte aussi que comme Clara connaît bien les difficultés des élèves sur ce point (notamment le fait qu'on ne s'intéresse qu'aux nombres négatifs) elle prend l'initiative de mettre cette question en débat (en 22).

Enfin deux cycles ont été initiés par une question d'un élève : en 32, E5 indique qu'il a compris la règle mais qu'il a besoin d'une justification pour être convaincu ; en 37, E9 cherche à vérifier sa compréhension. Le fait que les élèves s'autorisent à poser une question n'est pas habituel dans toutes les classes. Nous pensons que c'est parce que le contrat de communication instauré dans cette classe permet ces échanges et qu'un temps conséquent est consacré à cette phase que ces interventions peuvent avoir lieu. Or, du point de vue des apprentissages, ces phases sont très importantes, on retrouve là l'idée des feedback.

3. Conclusion sur les cycles

Nous avons mis en lumière neuf cycles d'interactions pendant une phase qui dure 10 minutes. Tous ces élèves ont donc eu un feedback personnel (accord ou non) de la professeure mais deux, qui avaient produit des réponses fausses, n'ont peut être pas pu corriger leur réponse. Ils peuvent l'avoir fait s'ils ont repéré la réponse correcte dans les échanges suivants mais nous ne le savons pas. Bien sûr tous les élèves n'ont pas été interrogés mais on peut penser qu'ils le seront à un autre moment.

Si l'on interprète cette phase dans le cadre de la théorie des situations didactiques, on peut dire que l'on a une phase de formulation et validation qui se situe entre une phase de recherche (action) et une phase d'institutionnalisation. Nous avons vu dans la rapide analyse de l'activité que le milieu n'est pas suffisant pour permettre aux élèves de passer à la règle (il n'y a aucune exigence de formulation d'une règle, ni de sa validation) et qu'il y a une rupture de contrat puisque les élèves veulent calculer les produits. On voit que l'enjeu de l'activité, qui est de déterminer une règle, a du mal à être compris par les élèves puisqu'ils cherchent à calculer et ils ne comprennent pas « donner seulement le signe ». Ceci explique certainement les difficultés que Clara a constatées et elle va donc prendre quelques minutes pour faire le point avec les élèves, ce qui lui permettra de réguler pour tous et d'avoir des informations sur certains élèves. C'est l'enseignant qui valide, qui change de niveau (local/global), mais les élèves posent des questions pour montrer leur incompréhension ou vérifier qu'ils ont compris. Caractériser cette phase par l'évaluation formative nous permet de mieux repérer et analyser la nature des interactions professeur/élèves.

Si l'on se place dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique, du point de vue de l'organisation mathématique on a ici un type de tâche « multiplier plusieurs nombres relatifs », une technique « compter les négatifs ... » et un discours technologique. Tout ceci constitue une organisation mathématique ponctuelle. Du point de vue de l'organisation didactique, on peut interpréter cet extrait comme un moment de l'exploration du type de tâches « multiplier des nombres relatifs » et de l'élaboration d'une technique ou bien comme un moment de constitution du bloc technologico-théorique (explication/justification de la règle qui donne le signe d'un produit de plusieurs nombres relatifs) qui précèdent dans les deux cas, un moment d'institutionnalisation. Caractériser cette phase par l'évaluation formative nous permet ici de pointer une transition entre ces différents moments et de mieux

analyser le partage des responsabilités entre les élèves et la professeure qui mène le débat avec des interactions nombreuses.

IV. CONCLUSION

Dans cette conclusion, nous allons tenter de voir comment l'analyse de cette phase en termes d'évaluation formative nous permet de requestionner les cadres théoriques de la didactique des mathématiques. Un premier point est que cela permet de revoir les concepts de milieu (par l'introduction dans le milieu des éléments de validation de réponses ou de procédures au niveau local ou global), et de contrat didactique qui est souvent considéré par ses ruptures mais qui pourrait également être envisagé par ses continuités. On revient donc à l'idée de phase de régulation. Enfin, il s'agit aussi de préciser la distinction faite entre évaluation et validation lors des phases de conclusion mais en l'élargissant au contexte de l'évaluation formative.

En ce qui concerne la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1998, 1999), nous pensons que l'étude des organisations mathématiques (ponctuelles, locales et globales) fournit un cadre pour penser l'organisation des savoirs enseignés en dégageant des raisons d'être, des types de tâches, techniques et technologies en allant jusqu'à la détermination des objets évalués à la fois de façon sommative et formative. Comme nous l'avons vu, l'entrée par l'évaluation formative permet de reprendre les questions du partage des responsabilités entre le professeur et les élèves (topos de l'élève et contrat didactique). En revanche, on peut se demander si le découpage en moments didactiques (moment de première rencontre, du travail de la technique, exploration du type de tâches et élaboration d'une technique relative à ce type de tâches, constitution du bloc technologico-théorique, évaluation, institutionnalisation) permet de rendre compte des dynamiques entre évaluation et régulation ou évaluation et institutionnalisation. En effet, si l'on retient le caractère spécifique de l'évaluation formative comme un processus continu, comment alors repérer des phases d'évaluation formative dans les autres moments ?

Enfin, si l'on réfléchit aux conditions de la diffusion, à destination des professeurs, de ressources portant sur l'évaluation formative (autres que des grilles critériées évaluant souvent des compétences générales qui ne prennent pas toujours en compte les savoirs enseignés et appris), cette courte analyse permet de voir la difficulté de cette tâche notamment parce qu'il est essentiel que l'enseignant ait une bonne connaissance du savoir enseigné, des erreurs et des difficultés des élèves. Rappelons que Asch et Levitt (2003) concluent des études réalisées avec des enseignants que l'intégration des pratiques d'évaluation formative est un levier pour faire évoluer les pratiques enseignantes notamment par une meilleure prise en compte des apprentissages des élèves de manière individuelle et collective, ceci en développant un changement de regard sur l'élève, sur ses erreurs et rendant plus explicite pour le professeur et les élèves ce que doivent savoir et savoir faire ces derniers et en pointant les écarts.

REFERENCES

- Allal L. (1988) Vers un élargissement de la pédagogie de maîtrise : processus de régulation interactive, rétroactive et proactive. In Huberman M. (dir.) *Assurer la réussite des apprentissages scolaires ? Les propositions de la pédagogie de maîtrise*. Paris : Delachaux & Niestlé.

- Allal L., Mottier Lopez L. (2005) Formative Assessment of Learning : A Review of Publications in French. In *Formative Assessment - Improving Learning in Secondary Classrooms* (pp. 241-264). Paris: OECD Publication.
- Ash, D., Levitt K. (2003) Working within the Zone of Proximal Development : formative assessment as Professional Development. *Journal of science education* 14(1).
- Black P., Wiliam D. (1998a) Assessment and Classroom Learning. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice* 5(1),7-74.
- Black, P., William, D. (1998b) *Inside the Black Box: Raising standards through classroom assessment*. London: King's college.
- Bloom B.S. (1968) Learning for Mastery. *Evaluation Comment* 1(2), 1-12.
- Bodin A. (1997) L'évaluation du savoir mathématique. Questions et méthodes. *Recherches en didactique des mathématiques* 17(1), 49-96.
- Bodin A. (2008) Lecture et utilisation de PISA pour les enseignants. *Petit x* 78, 53-78.
- Brousseau G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 7/2, 33-116.
- Brousseau G. (1990) Le contrat didactique et le concept de milieu : dévolution. *Recherches en didactique des Mathématiques* 9(3), 309-336.
- Brousseau G. (1995) L'enseignant dans la théorie des situations didactiques : 1. Structure et fonctionnement du système didactique. In Noirfalise R., Perrin-Glorian M.-J. (Eds.) *Actes de la VIII^e Ecole d'été de didactique des mathématiques St-Sauves d'Auvergne* (pp. 3-46). Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.
- Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Chevallard Y. (1986) Vers une analyse didactique des faits d'évaluation. In De Ketele J. M. (Ed.) *L'évaluation, approche descriptive ou prescriptive ?* (pp. 31-59). Bruxelles : De Boeck,.
- Chevallard Y. (1989) Evaluation, véridiction, objectivation. La relation didactique comme caprice et miniature. In Colomb J. et Marsenach J. (Eds.) *L'évaluateur en révolution* (pp. 13-36). Paris : INRP.
- Chevallard Y. (1998) Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques : L'approche Anthropologique. La notion d'organisation praxéologique. *Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques*. Actes de l'Université d'été de didactique de La Rochelle, 119-140.
- Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherche en didactique des mathématiques* 19(2), 221-266.
- Comber G., Guillaume J.-C., Pressiat A. (1996) *Les débuts de l'algèbre au collège*. INRP.
- Coppé S. (1998) Composantes privées et publiques du travail de l'élève en situation de devoir surveillé en mathématiques. *Educational studies in mathematics* 35(2), 129 – 151.
- Coppé S. (2012) Démarche d'investigation et aspects temporel des processus d'apprentissage/enseignement. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21^e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT10, pp. 1306–1318). <http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012>.
- Coppé S. (2013) Effets du travail collaboratif sur la pratique d'enseignement : une étude de cas d'une enseignante de mathématiques en collège. In Grangeat M. (dir.) *Les enseignants des sciences face aux démarches d'investigation : des formations et des pratiques de classe*. Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble.
- Coppé S., Chanudet M., Chesné J. F., Dorier J. L., Grangeat M., Lepareur C., Pilet J., Grugeon B. (à paraître) Développer des pratiques d'évaluation formative dans l'enseignement des mathématiques. In *Actes du colloque ADMEE*, Liège, janvier 2015.

- Coulange L., Grugeon-Allys B. (2008) Pratiques enseignantes et transmission de situations d'enseignement en algèbre. *Petit x* 78, 5-23.
- Furtak E.M, Ruiz-Primo M.A. (2005) Questioning Cycle: Making Students' Thinking Explicit During Scientific Inquiry. *Science Scope* 28(4), 22-25.
- Grugeon B., Pilet J., Chenevotot F., Delozanne E. (2012) Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange, Drouhard, Dorier, Robert (Eds.) Recherche en didactique des mathématiques. Hors série. *Enseignement de l'algèbre, élémentaire Bilan et perspectives* (pp. 137-162). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Lepareur, C., Grangeat M. (à paraître) Quels effets de l'évaluation formative sur les apprentissages des élèves en classe de mathématiques ? Une analyse des régulations dans une approche de « l'apprentissage situé ». In *Actes du colloque de l'ADMEE 2015*.
- Margolinas C. (1992) Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en didactique des mathématiques* 12/1, 113-158.
- Mottier Lopez L. (2012) *La régulation des apprentissages en classe*. Bruxelles : De Boeck.
- Perrin Glorian M. J., Hersant M. (2003) Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en didactique des mathématiques* 23/2, 217-276.
- Pilet J. (2012) *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris. Disponible en ligne <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00784039>.
- Pilet J., Coppé S., Grugeon Allys B. (2015) Eléments d'analyse de la diffusion des travaux de recherche en didactique des mathématiques à travers trois exemples. *Atelier de l'Ecole d'été de didactique pour le thème 1*. Nantes Août 2013.
- Scriven M. (1967) The Methodology of Evaluation. *AERA Monograph Series on Evaluation* 1, 39-83.
- Shavelson R., Young D., Ayala C., Brandon P., Furtak E., Ruiz Primo M. (2008) On the Impact of Curriculum-Embedded Formative Assessment on Learning: A Collaboration between Curriculum and Assessment Developers. *Applied Measurement in Education* 21(4), 295-314.
- MANUEL
- Chapiron G., Mante M., Mulet-Marquis R., Perotin C. (2011) *Mathématiques 4e Collection*. TRIANGLE, Editions Hatier.

ANNEXE 1

Séance 14 mathématiques collège 4^e
 Multiplication des nombres relatifs
 22. 24 à 32. 40

| Tours de parole | | Commentaires |
|-----------------|---|---|
| 21 | P chut alors est-ce que quelqu'un peut me redire ce à quoi on avait abouti hier chut chut à propos de euh des produits de plusieurs facteurs oui | Initie rappel de la séance précédente : question aux élèves |
| E1 | E1 ben que si on avait un nombre pair de facteurs négatifs ça ferait un résultat positif et si on avait un nombre impair eh ben ça serait négatif | E1 répond correctement |
| 22 E2 | P d'accord alors est-ce que quelqu'un peut me dire si si dans ce que Camille a dit est-ce qu'on compte les facteurs positifs E2 (E2 lève la main) non P (pointe E2) Romain E2 c'est pas les facteurs positifs qu'on compte c'est les facteurs négatifs P voilà donc ça c'est bien ce qu'elle a dit hein mais les facteurs positifs est-ce que vous pouvez me rappeler pourquoi en fait on les compte pas E2 parce ils changent pas P Romain E2 parce que ils font pas changer euh le signe P voilà les facteurs positifs je peux en avoir un deux trois mille autant que je veux de toute façon ils n'ont aucune euh aucun effet sur le signe d'accord ce sont les facteurs négatifs qui ont un effet sur le signe et pourquoi on en veut un nombre pair rappelez-vous ce qu'on avait expliqué alors si il n'y a que Romain et Camille qui expliquent c'est déjà les mêmes qu'hier qui avaient abouti donc c'est un peu dommage | Accord pour E1 Relance la question sur facteurs positifs (difficulté connue) E2 répond correctement Accord pour E1 et E2 Relance à la classe pour justification E2 explique Accord pour E2 P explicite sur les facteurs positifs mais ne donne pas l'explication |
| 23 E3 | P Inesa (E3) par exemple pourquoi est-ce que on en veut un nombre pair des facteurs négatifs pourquoi on dit si on a un nombre pair de facteurs négatifs par exemple j'ai deux nombres négatifs ou quatre nombres négatifs ou huit nombres négatifs je sais à ce moment là que le résultat sera forcément positif pourquoi E3 (inaud.) P de quoi E3 Y en a plus P non | P interroge une autre élève qui ne sait pas et lui explicite la question Pas accord pour E3 P relance la question à un autre élève |
| 24 E4 | P Elarif (E4) E4 parce que si deux moins se suivent eh ben ça fait plus P alors si deux moins se suivent euh explique E4 si deux signes négatifs se suivent eh ben P juste si ils se suivent non si ils sont quoi entre eux | E4 explique en donnant un exemple mais pas la règle générale Accord de P et |

| | | |
|----------------|---|---|
| | <p>E4 euh P c'est quoi l'opération Elarif E4 euh moins 4 fois moins 6 par exemple P oui E4 eh ben ça donne un chiffre euh un résultat positif P alors voilà on repart sur l'idée d'Elarif quand j'en ai deux par deux quand ils sont pairs je peux les grouper deux par deux et les deux par deux que je groupe eh bien ils donnent chacun un résultat positif d'accord par contre si j'en ai un nombre impair à la fin quand je les ai tous groupés deux par deux il m'en reste un donc le résultat sera négatif alors ça c'est quelque chose</p> | <p>explicitation à un niveau plus global (généralisation)</p> |
| 25 | <p>P alors on va noter cette règle d'accord produit de plusieurs facteurs (P ouvre le tableau pour écrire) et quelques exemples alors vous notez (P écrit au tableau) <i>II) produit de plusieurs facteurs</i> alors la règle donc ce qui est important c'est que pour faire pour trouver la distance à zéro du produit c'est toujours pareil on multiplie les distances à zéro ce qui nous intéresse ici c'est comment on trouve le signe d'accord donc le signe c'est ça qu'on regarde d'un produit de plusieurs facteurs alors de plusieurs nombres relatifs et je vais rajouter différents de zéro pourquoi je rajoute différents de zéro pourquoi je rajoute différents de zéro dans mon dans ma règle</p> | <p>P écrit la règle</p> |
| 26 27 | <p>...</p> | |
| 28 | <p>P alors est donc positif si on a un nombre pair de facteurs négatifs donc cette phrase elle est assez complexe hein mais retenez peut-être dans votre tête les négatifs quand je peux les grouper par deux j'en ai un nombre pair eh bien à ce moment-là le résultat est positif négatif si on a un nombre impair de facteurs négatifs</p> | |
| 29 30 31 | <p>...</p> | |
| 32 E5 | <p>P alors cette règle elle marche aussi pour 2 hein puisque 2 c'est pair si j'ai deux nombres négatifs le résultat il sera positif E5 eh madame P Blanche E5 est-ce qu'on a une preuve pour dire ça parce que c'est pas logique P c'est pas logique alors qu'est-ce qui est pas logique E5 bah non mais c'est bizarre quand même que par rapport à pair ou impair ça change le signe qu'on va avoir</p> | <p>E5 pose question à P car elle ne comprend pas le lien entre signe et pair/impair</p> |
| 33 E6 | <p>P alors on va pas noter de preuve par contre on peut de nouveau réexpliquer pourquoi est-ce que c'est le fait que ce soit un nombre pair de facteurs négatifs qui donne un résultat positif P Théophile E6 bah ça revient à à ce que j'avais dit hier en fait</p> | <p>E6 lève la main</p> |

| | | |
|----------|--|--|
| | <p>P non toi tu avais un peu tout mélangé si tu veux je réécouterai le film et puis je redirai ce que tu avais dit c'était pas ça tu avais tout mélangé oui</p> <p>E6 bah c'est parce que euh deux nombres négatifs ça fait un nombre positif donc euh</p> | |
| 34 | <p>P c'est voilà l'idée du nombre pair elle vient de là elle vient que du fait que à chaque fois que j'ai deux nombres négatifs je peux les grouper par deux et puis les suivants je peux aussi les grouper par deux les deux suivants je peux les grouper par deux ce qui fait que si j'en ai un nombre pair je peux tous les grouper par deux mes négatifs et à chaque fois que je les grouperai par deux j'obtiendrai un nombre positif donc je n'aurai plus que des nombres positifs à multiplier d'accord donc l'idée c'est vraiment ça c'est ce que Elarif nous a dit tout à l'heure j'en ai un nombre pair je peux donc tous les grouper par deux j'en ai un nombre impair il m'en reste un qui est tout seul à la fin quand je les ai tous groupés d'accord donc l'idée c'est vraiment quand j'ai un produit complexe pour ne pas oublier les signes</p> | <p>Accord pour E6 P explique à nouveau et s'appuie sur explication de E4</p> |
| 35 E7 | <p>P on va d'abord trouver le signe et après faire le calcul sans les signes d'accord alors dites-moi là quel est le signe</p> <p>Gwendoline (E7)</p> <p>E7 euh c'est euh positif</p> <p>P positif pourquoi</p> <p>E7 parce qu'il y a un nombre pair de</p> <p>P (P écrit au T) car il y a deux facteurs positifs c'est pair</p> <p>E7 négatif</p> <p>P euh négatif pardon deux facteurs négatifs d'accord pair deux c'est pair hein ok donc ici moins 3 fois moins 5 ça donne plus 15 on retrouve bien ce qu'on faisait avant</p> | <p>Accord pour E7</p> |
| 36 E8 | <p>P Oscar (E8)</p> <p>E8 l'autre exemple sera négatif car il y a trois facteurs négatifs</p> <p>P (P écrit au T) négatif car il y a trois facteurs négatifs voilà c'est impair d'accord là on voit bien si on regroupe le moins 2 avec le moins 3 le résultat sera positif mais il nous restera le moins 8 qui fera changer le signe à la fin</p> | <p>Accord pour E8</p> |
| 37 E9 | <p>E9 madame</p> <p>P oui</p> <p>E9 si c'est plus plus le truc bah ce sera positif</p> <p>P si alors plus plus moi je sais pas ce que ça veut dire tu par quelle opération</p> <p>E9 euh les deux là</p> <p>P d'une multiplication</p> <p>E9 non mais</p> <p>P ah oui si on fait un positif fois un positif</p> <p>E9 oui</p> <p>P oui c'est positif un positif fois un positif</p> <p>E9 d'accord</p> <p>P fois encore un autre positif c'est toujours positif des</p> | <p>Demande de confirmation de E9</p> |

| | | |
|--|---|--|
| | <p>positifs je peux en mettre autant que je veux hein je peux rajouter fois plus 7 fois plus 8 fois plus 2 fois plus 1 des positifs je peux multiplier autant de fois que je veux mon produit par des nombres positifs ça ne changera jamais le signe</p> <p>E9 même si il y en a un qui est tout seul</p> <p>P même si il y en a un quoi</p> <p>E9 qui est tout seul comme le premier là</p> <p>P là (P pointe le T)</p> <p>E9 oui</p> <p>P oui ce qui nous intéresse pour le signe c'est que les facteurs négatifs d'accord parce que quand je multiplie un nombre par un nombre négatif eh bien le signe du résultat il est différent du signe du nombre de départ</p> | |
|--|---|--|